1 Priebežné písomné zadanie č.1.

1. Nájdite goniometrický a exponenciálny tvar komplexného čísla z, ak:

   a. $z = 3$, b. $z = -7$, c. $z = 1 - i\sqrt{3}$,

   d. $z = -1 + i$, e. $z = -2i$.

2. Nájdite algebraický a exponenciálny tvar komplexného čísla z, ak:

   a. $z = 2\left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$, b. $z = 2\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)$.

3. Vypočítajte:

   a. $\frac{2-3i}{3+4i}$, b. $\frac{1+i}{1-i} + 2i^{19}$, c. $2i - \overline{\frac{2-4i}{2}}$, d. i^{16},

   e. i^{-9}, f. $(-1+i)^4$, g. $\left(\frac{1-i}{1+\sqrt{3}i}\right)^{24}$.

4. Vypočítajte $z_1 \cdot z_2$, $\frac{z_1}{z_2}$, ak $z_1 = 3\left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)$, $z_2 = \sqrt{3} + i$.

   V príkladoch 5 - 7 nájdite všetky riešenia binomickej rovnice (riešenia zobrazte aj graficky)

5. $z^4 - 1 = 0$,

6. $z^2 + i = 0$,

7. $z^3 - i = 0$.

   V príklade 8 zistite, aká množina je určená daným vzťahom. Jej obraz načrtnite v komplexnej rovine.

8. a. $|z - z_0| = r$, $r > 0$, z_0 je pevný bod, b. $|z - z_1| = |z - z_2|$, $z_1 \neq z_2$ sú pevné body,

   c. $|z + i| + |z - i| < 4$, d. $|z + 2| > 1$,

   e. $|z - 2| < |z|$, f. $|z - 1| \geq 2|z - i|$,

   g. $\operatorname{Im}\left(\frac{1}{z}\right) = 2$, h. $\operatorname{Re}\frac{1}{z+1} > 2$,

   i. $1 \leq |z - i| < 3$, j. $|z + i| \leq |z - 3|$.

9. Vyjadrite postupnosť $\left\{\frac{2n}{3+i}\right\}_{n=1}^{\infty}$ pomocou dvoch reálnych postupností a napíšte jej prvých päť členov.

   V úlohách 10 – 15 vyšetrite, či sú dané postupnosti konvergentné:

10. $\left\{\frac{n^2+1+i\left(n-\sqrt{n}\right)}{3+i(n^2-1)}\right\}_{n=1}^{\infty}$,

11. $\left\{\left(\frac{in-3}{n\sqrt{n}+i}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{n}} + i\right)\right\}_{n=1}^{\infty}$,

12. $\left\{\left(\frac{1+2i}{3}\right)^n\right\}_{n=1}^{\infty}$,

13. $\left\{(-1)^n + \frac{i}{n}\right\}_{n=1}^{\infty}$,

14. $\left\{\frac{(2n-i)i}{n}\right\}_{n=1}^{\infty}$,

15. $\{(3-4i)^n\}_{n=1}^{\infty}$.

V úlohách 16 – 17 vyšetrite konvergenciu radov:

16. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{e^n}+i\right)$,

17. $\sum_{n=1}^{\infty}(3+in)^{-n}$.

V úlohách 18 – 19 nájdite súčet radu, ak je konvergentný:

18. $\sum_{n=0}^{\infty}(2+i)\left(\frac{i}{4-i}\right)^n$,

19. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{i^n}{2^n}$.

2 Priebežné písomné zadanie č.2.

1. Nájdite obor konvergencie a ak sa dá aj súčet mocninového radu $\sum_{n=0}^{\infty}(z-2+i)^n$.

   V úlohách 2 – 8 vyšetrite konvergenciu radu:

2. $\sum_{n=1}^{\infty} nz^n$,
3. $\sum_{n=1}^{\infty} n^n z^n$,
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} z^n$,
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} z^n$,
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+i)^n}{(n+1)(n+2)}(z-2)^n$,
7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{\sqrt{2n}}(z-1+i)^n$,
8. $\sum_{n=1}^{\infty} (4-3i)^n (z-3+i)^n$.

   V úlohách 9 a 10 nájdite definičný obor funkcie f :

9. $f(z) = \frac{3iz-12z+i}{iz^2+1-i}$.
10. $f(z) = \frac{\overline{z}}{(z^3-2i)(|z|-3)}$.

    V úlohách 11 - 13 vypočítajte funkčnú hodnotu funkcie f v čísle z_0 :

11. $f(z) = \frac{\overline{z}}{(z^3-2i)(|z|-3)}$, $z_0 = i$.
12. $f(z) = z + \overline{z}^2 - \operatorname{Re}(z\overline{z}) - \operatorname{Im}(z\overline{z})$, $z_0 = 8-6i$.
13. $f(z) = \frac{z^2-|z|}{z-8}$, $z_0 = 8-6i$.

    V úlohách 14 – 15 nájdite reálnu a imaginárnu časť funkcie f a komplexne združenú funkciu $\overline{f}$:

14. $f(z) = \frac{3i}{2i-z}$.
15. $f(z) = z^2 + 1$.

    V úlohách 16 - 21 vypočítajte limity:

16. $\lim_{z\longrightarrow 2i} \frac{z+3}{z^2+2iz}$.
17. $\lim_{z\longrightarrow i} \frac{z^2-iz+z-i}{3iz^2+3z}$.
18. $\lim_{z\longrightarrow i} \frac{z^2+(2-i)z-2i}{z^2+1}$.
19. $\lim_{z\longrightarrow 4} \frac{z-4}{z^2-(4-i)z-4i}$.
20. $\lim_{z\longrightarrow 0} \frac{z^2}{|z|^2}$. Návod : vyjadrite reálnu a imaginárnu časť funkcie, potom ukážte, že limita neexistuje.

21. $\lim_{z \longrightarrow i} \frac{z}{z^2+1}$.

22. Zistite, či funkcia f je spojitá v čísle $2i$, ak $f(z) = \begin{cases} \frac{z^3-4z}{z^2-2iz+z-2i} & z \neq 2i,\ z \neq -1 \\ 5 & z = 2i \end{cases}$.

V úlohách 23 - 24 vyšetrite spojitosť funkcie f :

23. $f(z) = \frac{1}{1-z}$.

24. $f(z) = \frac{1}{1+z^2}$.

25. Vypočítajte:

a. $\ln(-3)$, b. $\ln(5i)$, c. $\ln(2)$,

d. $\ln(e)$, e. $\ln(2+2i)$, f. $\ln(-2+2i)$,

g. $\ln(3+4i)$, h. $\ln(1-i)$, i. $\ln\left(e^{i\frac{\pi}{4}}\right)$,

j. i^i, k. i^{1+i}, l. $\sin(2-3i)$,

m. $\cos i$, n. $\cos(2-i)$, o. $\operatorname{tg}(2-i)$,

p. $\operatorname{cotg}\left(\frac{\pi}{4} - i\ln 2\right)$.

Daná je funkcia f a bod a. Nájdite $D(f)$ a vypočítajte $f(a)$:

26. $(z) = \frac{1}{e^{2+3iz}-1}$, $a = \frac{\pi}{3}$.

27. $f(z) = \frac{\cos(z+i)+(|z|-1)^i}{e^{iz}(z^2+4)}$, $a = 3$.

Nájdite definičný obor a množinu, na ktorej je funkcia f spojitá:

28. $f(z) = \ln(iz+2)$.

29. $f(z) = \frac{\ln(2z+3i)}{\sin(z+i)}$.

3 Priebežné písomné zadanie č.3.

1. Daná je funkcia $f(z) = \frac{3+\sin z}{\cos z(z^2-i)}$. Nájdite obor definície a vypočítajte deriváciu (neupravujte ju).

   V úlohách 2 - 6 je daná funkcia f. Nájdite $D(f)$, zistite na akej množine je analytická a vypočítajte deriváciu:

2. $f(z) = \ln(2z - 3 + 5i)$.
3. $f(z) = (z-i)^i + \ln(2iz + i)$.
4. $f(z) = \ln\left(\frac{z}{z-i}\right)$.
5. $f(z) = \frac{1}{1-ie^z}$.
6. $f(z) = \frac{1}{e^{\frac{z}{2}}-i}$.
7. Vypočítajte deriváciu funkcie $f(z) = \frac{3i}{2i-z}$.
8. Daná je funkcia $f(z) = \frac{iz-1}{iz^2+1+i}$. Nájdite:

   a. definičný obor;

   b. $f\,'$, $f\,'(i)$.
9. Nájdite n-tú deriváciu funkcie $f(z) = \frac{1}{2z-i}$.
10. Daná je funkcia $f(z) = \frac{1}{(z-2i)^n}$. Vypočítajte $f^{(n)}$, $f^{(3)}(3i)$
11. Zistite, v ktorých bodoch množiny **C** existuje derivácia funkcie $f(z) = f(x+iy) = x^2 + y^2 + i2xy$. Ak sa dá, vypočítajte $f\,'(1)$.

    V úlohách 12 - 17. pre funkciu f

    a. zistite, kde existuje derivácia,

    b. nájdite $f\,'$ v bodoch, kde existuje,

    c. vyšetrite, kde je f analytická (holomorfná)

12. $f(z) = x^2 + iy^2$.
13. $f(z) = |z|$.
14. $f(z) = z \operatorname{Re} z$.
15. $f(z) = z \operatorname{Im} z$.
16. $f(z) = f(x+iy) = (2xy + 2x - 1) + i\left(y^2 - x^2 + 2y\right)$.
17. $f(z) = (e^x \cos y) - i(e^x \sin y)$.

    V úlohách 18 - 23 nájdite analytickú (holomorfnú) funkciu $f(z) = f(x+iy) = u(x,y) + iv(x,y)$, ak je daná jej jedna zložka a prípadne funkčná hodnota v jednom bode:

18. $u(x,y) = x^3 - 3xy^2,\ f(i) = 0.$

19. $v(x,y) = x^2 - y^2 - 3x + 2xy,\ u(2,1) = 0.$

20. $v(x,y) = 2e^x \sin y,\ f(0) = 1.$

21. $v(x,y) = \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right),\ x > 0,\ f(1) = 1.$

22. $v(x,y) = \ln\left(x^2 + y^2\right) + x - 2y.$

23. $u(x,y) = \frac{x}{x^2+y^2} - 2y.$

V úlohách 24 - 25 zistite, či sú dané funkcie harmonické:

24. $u(x,y) = \frac{x}{x^2+y^2} - 2y.$

25. $v(x,y) = x^2 + y^3.$

V príkladoch 26 - 28 nájdite harmonicky združenú funkciu k danej funkcii:

26. $u(x,y) = xy,\ v(1,2) = \frac{1}{2}.$

27. $u(x,y) = x^2 - y^2 + xy$

28. $u(x,y) = e^x (x \cos y - y \sin y).$

4 Priebežné písomné zadanie č.4.

1. Vypočítajte integrály:
2. $\int_C z \sin z dz$, C je úsečka od bodu 0 po bod i.
3. $\int_C \operatorname{Re} z dz$, C je úsečka

   a. od bodu 0 po bod $1+i$.

   b. od bodu -1 po bod $1+i$.
4. $\int_C (\overline{z})^2 dz$, $C : z(t) = t + i\frac{t}{3}$, $t \in \langle 0, 3\rangle$ orientovaná súhlasne s parametrickým vyjadrením.
5. $\int_C \frac{1}{z} dz$, C je úsečka od bodu 1 po bod $1+i$.
6. $\int_C e^{\overline{z}} dz$, C je lomená krivka, ktorá sa skladá z dvoch úsečiek: prvá so začiatočným bodom 0 a koncovým bodom i, druhá so začiatočným bodom i a koncovým bodom $1+i$.
7. $\int_C |z| \, dz$, C je úsečka od bodu 0 po bod $2-i$.
8. $\int_C \frac{1}{z} dz$, $C : |z| = 2$, $\operatorname{Im} z \leq 0$ od bodu -2 po bod 2.
9. $\int_C |z| \, dz$, kde

   a. $C : |z| = 1$, $\operatorname{Im} z \geq 0$ od bodu -1 po bod 1.

   b. $C : |z| = 2$, $\operatorname{Re} z \leq 0$ od bodu $-2i$ po bod $2i$.
10. $\int_C \operatorname{Im} z dz$, kde

    a. $C : |z| = 1$, $\operatorname{Im} z \geq 0$ od bodu 1 po bod -1.

    b. $C : |z| = 1$, $\operatorname{Im} z \geq 0$ od bodu 1 po bod -1 a úsečka od bodu -1 po bod 1.
11. $\int_C \overline{z} \, |z| \, dz$, kde $C : |z| = 1$, $\operatorname{Re} z \geq 0$ od bodu i po bod $-i$ a úsečka od bodu $-i$ po bod i.
12. $\int_C \operatorname{Re} z dz$, kde $C : |z| = 1$, $\ominus$.
13. $\int_C z \operatorname{Im} z dz$, kde $C : |z| = 2$, $\operatorname{Im} z \geq 0$ od bodu -2 po bod 2.
14. $\int_C (z - 2\overline{z}) \, dz$, kde $C : |z-2| = 1$, $\operatorname{Im} z \geq 0$ od bodu 1 po bod $2+i$.
15. $\int_C (z-a)^n \, dz$, kde $n \in \mathbf{Z}$, $C : |z-a| = R$, $\operatorname{Im} z \geq 0$ od bodu $a+R$ po bod $a-R$.
16. $\int_C \frac{z}{\overline{z}} dz$, kde $C : |z| = 2$, $\operatorname{Im} z \geq 0$ od bodu 2 po bod -2 a úsečka od bodu -2 po bod -1 a $|z| = 1$, $\operatorname{Im} z \geq 0$ od bodu -1 po bod 1 a úsečka od bodu 1 po bod 2.

Vypočítajte pomocou Cauchyho integrálnej vety, alebo Cauchyho integrálnej formuly vypočítajte integrály po jednoduchých, po častiach hladkých, uzavretých, kladne orientovaných krivkách ($\oplus$ je kladná orientácia, $\ominus$ je záporná orientácia krivky C.).

1. $\int_C \frac{z+4}{z^2+2z+5} dz$, $C : |z| = 1$.
2. $\int_C \frac{z^2}{z-2i} dz$, $C : |z| = 1$.
3. $\int_C \frac{z^2+5}{z^2+1} dz$, $C = \left\{ z \in \mathbf{C} : 4 \left(\operatorname{Re} z\right)^2 + 16 \left(\operatorname{Im} z\right)^2 = 1 \right\}$.
4. $\int_C \frac{e^z+1}{z+i} dz$, $C : |z| = \frac{1}{2}$.
5. $\int_C \frac{z+2}{z^2-2z+2} dz$, $C : |z+1| = 1$.
6. $\int_C \frac{\sin z}{z+i} dz$, $C : |z-i| = 1$.
7. $\int_C \frac{1}{(z-2)(z+2i)} dz$, $C : |z| = 1$.
8. $\int_C \frac{2z^2-3z+4}{z+1} dz$, $C : |z| = \frac{1}{2}$.
9. $\int_C \frac{z^2}{z-2i} dz$, $C : |z| = 3$.
10. $\int_C \frac{e^{iz}}{z^2+1} dz$, $C : |z-2i| = \frac{3}{2}$.
11. $\int_C \frac{2z^2-3z+4}{z+1} dz$, $C : |z+1| = 1$.
12. $\int_C \frac{e^z+1}{z+i} dz$, $C : |z+i| = 2$.
13. $\int_C \frac{z^2}{(z-4)(z^2+4)} dz$, $C : |z-1+i| = 2$.
14. $\int_C \frac{\sin z}{z^2+1} dz$, $C : |z+i| = 1$.
15. $\int_C \frac{z+2}{z^2-2z+2} dz$,
    a. $C : |z-1-2i| = 2$.
    b. $C : |z-1+2i| = 2$.
16. Vypočítajte $\int_C \frac{1}{z^2-i} dz$, ak C je jednoduchá, po častiach hladká, uzavretá, kladne orientovaná krivka, na ktorej neležia korene menovateľa. Vypočítajte všetky možnosti.

5 Priebežné písomné zadanie č.5.

1. V príkladoch 1 - 11 zistite druh izolovaných singulárnych bodov funkcie f a určte rezíduum funkcie f v týchto bodoch:
2. $f(z) = \frac{z^2}{z+3}$.
3. $f(z) = \frac{e^z}{z^2(z^2+4)}$.
4. $f(z) = \frac{1}{(z^2+1)^3}$.
5. $f(z) = \frac{z^3+z^2+2}{z(z^2-1)^2}$.
6. $f(z) = \frac{z+3}{(z-2)^2(z+2i)}$.
7. $f(z) = \frac{4+z^2-2z\sin z}{z^3}$.
8. $f(z) = \frac{\sin z}{z^2}$.
9. $f(z) = z\sin\left(\frac{1}{z+1}\right)$.
10. $f(z) = \frac{\sin z}{z}$.
11. $f(z) = z^2\left(e^{\frac{1}{z}} - 2\right)$.
12. $f(z) = \operatorname{tg} z$.

    V príkladoch 12 - 24 pomocou Cauchyho vety o rezíduách vypočítajte integrály po jednoduchých, po častiach hladkých, uzavretých orientovaných krivkách C.
13. $\int_C \frac{z}{(z-1)(z-2)}dz$, kde $C : |z-2| = \frac{1}{2}$, $\oplus$.
14. $\int_C \frac{1}{(z-1)^2(z^2+1)}dz$, kde $C : |z-1-i| = 2$, $\oplus$.
15. $\int_C \frac{e^z}{z^2(z^2-9)}dz$, kde $C : |z| = 1$, $\oplus$.
16. $\int_C \frac{z+3}{(z-2)^2(z+2i)}dz$, kde $C : |z| = 3$, $\ominus$.
17. $\int_C \frac{z^2}{(z^2+4)^2}dz$, kde $C : \oplus$, ktorá sa skladá z polkružnice $|z| = 3$, $\operatorname{Im} z \geq 0$ a úsečky spájajúcej body -3 a 3.
18. $\int_C \frac{z^3+1}{z(z-1)^3}dz$, kde $C : |z| = 2$, $\oplus$.
19. $\int_C \frac{1-\cos z}{z^3}dz$, kde $C : |z| = 1$, $\oplus$.
20. $\int_C z^2 e^{\frac{1}{z}}dz,\ kde C : |z| = \frac{1}{2}$, $\oplus$.

21. $\int_C \frac{\cos z}{z} dz$, kde $C : |z| = 1$, $\ominus$.

22. $\int_C \frac{\sin z}{z} dz$, kde $C : |z| = \frac{1}{2}$, $\ominus$.

23. $\int_C \cos\left(\frac{z}{z+i}\right) dz$, kde $C : |z+i| = \frac{1}{2}$, $\oplus$.

24. $\int_C \operatorname{tg} z dz$, kde $C : \left|z - \frac{\pi}{2}\right| = \frac{1}{2}$, $\ominus$.

25. $\int_C \left(\frac{1}{z^2-9} - \cos\left(\frac{z}{z-3}\right)\right) dz$, kde $C : |z-3| = 1$, $\oplus$.

6 Priebežné písomné zadanie č.6.

V úlohách 1 - 12 nájdite Laplaceov obraz funkcie f, ak f je originálom

1. $f(t) = 2e^{3t} + e^{it} + 6t^3 - 7t + 5.$ $\left[F(p) = \frac{2}{p-3} + \frac{1}{p-i} + \frac{6\cdot 3!}{p^4} - \frac{7}{p^2} + \frac{5}{p}.\right]$

2. $f(t) = \sin(5t) + 2\cos(3t) - \sinh t + \cosh(2t).$ $\left[F(p) = \frac{5}{p^2+25} + \frac{2p}{p^2+9} - \frac{1}{p^2-1} + \frac{p}{p^2-4}.\right]$

3. $f(t) = \sin(at)\cdot\cos(at),\ a \in \mathbf{R}^+.$ $\left[F(p) = \frac{a}{p^2+4a^2}.\right]$

4. $f(t) = a^t + \sin(\omega t + \varphi).$ $\left[F(p) = \frac{1}{p-\ln a} + \frac{\omega}{(p^2+\omega^2)}\cos\varphi + \frac{p}{p^2+\omega^2}\sin\varphi.\right]$

5. $f(t) = \sinh(3t).$ $\left[F(p) = \frac{3}{p^2-9}.\right]$

6. $f(t) = a^t,\ a > 0.$ $\left[F(p) = \frac{1}{p-\ln a}.\right]$

7. $f(t) = e^{-t} + e^t\cdot\sin(2t).$ $\left[F(p) = \frac{1}{p+1} + \frac{2}{(p-1)^2+2^2}.\right]$

8. $f(t) = t^2 + 2t + 3 + te^{-5t}.$ $\left[F(p) = \frac{2+2p+3p^2}{p^3} + \frac{1}{(p+5)^2}.\right]$

9. $f(t) = t^2\left(e^{-3t} + \sin(2t)\right).$ $\left[F(p) = \frac{2}{(p+3)^3} + \frac{12p^2-16}{(p^2+4)^2}.\right]$

10. $f(t) = \int_0^t \sin(\omega\tau)\,d\tau.$ $\left[F(p) = \frac{\omega}{p(p^2+\omega^2)}.\right]$

11. $f(t) = \begin{cases} 0 & t < b \\ e^{at} & t \geq b \end{cases}.$ $\left[F(p) = \frac{e^{-(p.a)b}}{p-a}.\right]$

12. $f(t) = \begin{cases} 0 & t \notin \langle a, b) \\ 1 & t \in \langle a, b),\ a, b \in \mathbf{R}^+ \end{cases}.$ $\left[F(p) = \frac{e^{-ap} - e^{-bp}}{p}.\right]$

V úlohách 13 - 15 nájdite konvolučný súčin funkcií f, g

13. $f(t) = t,\ g(t) = \cos t.$ $[1 - \cos t.]$

14. $f(t) = t^2,\ g(t) = t^3.$ $\left[\frac{t^6}{60}.\right]$

15. $f(t) = e^{at},\ g(t) = 1 - at.$ $[t.]$

V úlohách 16 - 48 nájdite originál k funkcii F :

16. $F(p) = \frac{p^2+1}{p^3-p^2-2p}.$ $\left[f(t) = -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}e^{-t} + \frac{5}{6}e^{2t}.\right]$

17. $F(p) = \frac{p^2-4p-3}{(p-1)^2(p+2)}.$ $\left[f(t) = -2te^t + e^{-2t}.\right]$

18. $F(p) = \frac{5p+3}{(p-1)(p^2+2p+5)}.$ $\left[f(t) = e^t - e^{-t}\cos(2t) + \frac{3}{2}e^{-t}\sin(2t).\right]$

19. $F(p) = \frac{e^{-\pi p}}{p^2+5p+6}$. $\left[f(t) = \eta(t-\pi)\, e^{-2(t-\pi)} - \eta(t-\pi)\, e^{-3(t-\pi)}.\right]$

20. $F(p) = \frac{p}{p^2+1} + \frac{1}{p(p^2+1)}\left(1+e^{-\pi p}\right)$. $\left[f(t) = \left\{\begin{array}{cc} 1 & t \in \langle 0, \pi) \\ 2-\cos(t-\pi) & t > \pi \end{array}\right. .\right]$

V úlohách 21 - 29 vypočítajte pomocou Laplaceovej transformácie riešenie začiatočnej úlohy:

21. $x'''(t) + 2x''(t) + 5x'(t) = 0,\ x(0+) = -1,\ x'(0+) = 2,\ x''(0+) = 0.$ $\left[x(t) = -\frac{1}{5} - \frac{4}{5}e^{-t}\cos(2t) + \frac{3}{5}e^{-t}\sin\right.$

22. $x^{(4)}(t) + 2x''(t) + x(t) = 1,\ x(0+) = x'(0+) = x''(0+) = x'''(0+) = 0.$ $\left[x(t) = 1 - 2\left(-\frac{1}{2}\cos t - \frac{1}{4}\sin t\right).\right]$

23. $x''(t) - 3x'(t) + 2x(t) = e^{-t},\ x(0+) = x'(0+) = 0.$ $\left[x(t) = \frac{1}{6}\left(e^{-t} - 3e^{t} + 2e^{2t}\right).\right]$

24. $x''(t) - 3x'(t) + 2x(t) = e^{2t},\ x(0+) = x'(0+) = 0.$ $\left[x(t) = \frac{1}{2}e^{t} - e^{2t} + \frac{1}{2}e^{3t}.\right]$

25. $x''(t) - 3x'(t) + 2x(t) = 2e^{3t},\ x(0+) = x'(0+) = 0.$ $\left[x(t) = e^{t} - 2e^{2t} + e^{3t}.\right]$

26. $x'(t) + x(t) = t^2 e^{-t},\ x(0+) = a.$ $\left[x(t) = ae^{-t} + \frac{t^3}{3}e^{-t}.\right]$

27. $x''(t) + 4x'(t) + 4x(t) = t^3 e^{-2t},\ x(0+) = 1,\ x'(0+) = 2.$ $\left[x(t) = e^{-2t}\left(1 + 4t + \frac{t^5}{20}\right).\right]$

28. $x'(t) + x(t) = f(t),\ x(0+) = 0,\ f(t) = \left\{\begin{array}{cc} 0 & t \notin \langle 0, 2) \\ 1 & t \in \langle 0, 2) \end{array}\right.$. $\left[x(t) = 1 - e^{-t} - \eta(t-2)\left(1 - e^{-(t-2)}\right).\right]$

29. $x''(t) + 2x'(t) + x(t) = f(t),\ x(0+) = x'(0+) = 0,\ f(t) = \left\{\begin{array}{cc} 0 & t < 0 \\ t & t \in \langle 0, 1) \\ 1 & t \geq 1 \end{array}\right.$.

$\left[x(t) = -2 + t + 2e^{-t} + te^{-t} - \eta(t-1)\left[-2 + (t-1) + 2e^{-(t-1)} + (t-1)\, e^{-(t-1)}\right].\right]$