

Skúška z matematiky.

Meno a priezvisko:
júla 2003

4.

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	Spolu
Teória a.							
Príklady b.							

Celkový počet bodov/Známka:

--	--

1. (a) Čo nazývame kanonickým rozkladom polynómu nad $\mathbf{R}$ respektíve nad $\mathbf{C}$? (5 bodov)
- (b) Rozložte na elementárne zlomky nad $\mathbf{R}$ aj nad $\mathbf{C}$ racionálnu funkciu

$$\frac{-28x - 34}{(x^2 + 2x + 2)(x^2 - x - 2)(x + 1)}.$$

V rozklade nad $\mathbf{R}$ vypočítajte jeden koeficient, v rozklade nad $\mathbf{C}$ koeficienty nepočítajte. (10 bodov)

2. (a) Nech matica D vznikne zo štvorcovej matice B práve jednou elementárnou stĺpcovou operáciou. Napíšte, aký je vzťah medzi $\det B$ a $\det D$? (uvažujte všetky možné typy operácií) (5 bodov)
- (b) Pomocou inverznej matice riešte maticovú rovnicu

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

(10 bodov)

3. (a) Čo je to zmiešaný súčin vektorov? Vyjadrite objem rovnobežnostena pomocou zmiešaného súčinu. (5 bodov)
- (b) Daná je priamka $p : (x, y, z) = (1, 1, -2) + t(1, 0, -2)$ a bod $M = (2, 1, -2)$. Napíšte všeobecnú rovnicu roviny ϱ , v ktorej leží priamka p aj bod M . Vypočítajte vzdialenosť bodu M od priamky p . (10 bodov)
4. (a) Nech $f, g, h : A \longrightarrow \mathbf{R}$, $A \subset \mathbf{R}$, a je hromadný bod množiny A a nech platí $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$, $\forall x \in A$. Ak $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} h(x) = L \in \mathbf{R}$, aké tvrdenie možno vysloviť o $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$? (5 bodov)
- (b) Vypočítajte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}.$$

(10 bodov)

5. (a) Platí tvrdenie: Ak je $f : A \longrightarrow \mathbf{R}$ spojitá v bode $a \in A$, potom je v tomto bode diferencovateľná? Krátko zdôvodnite, alebo formulujte správne tvrdenie. (5 bodov)
- (b) Nájdite rovnicu dotýčnice a normály ku grafu funkcie $f(x) = e^{-x} \cos 2x$ v bode $A = (0, ?)$. (10 bodov)
6. (a) Formulujte vetu o výpočte asymptoty v bode ∞ . Napíšte hlavné body pri zisťovaní priebehu funkcie. (5 bodov)
- (b) Zistite priebeh funkcie $f(x) = \frac{2x-1}{(x-1)^2}$ a načrtnite jej graf. (20 bodov)